Chapitre 8 - FONCTIONS AFFINES

1- DEFINITION ET PROPRIETES VUES EN COLLEGE :

Point Cours :

Définition :

Une fonction f est dite « *affine* » si la relation qui lie $f(x)$ et x est du type

$$f(x) = m\,x + p$$

m et p étant des nombres quelconques.

Propriété 1 :

Si une fonction est affine ALORS sa courbe représentative est une droite.

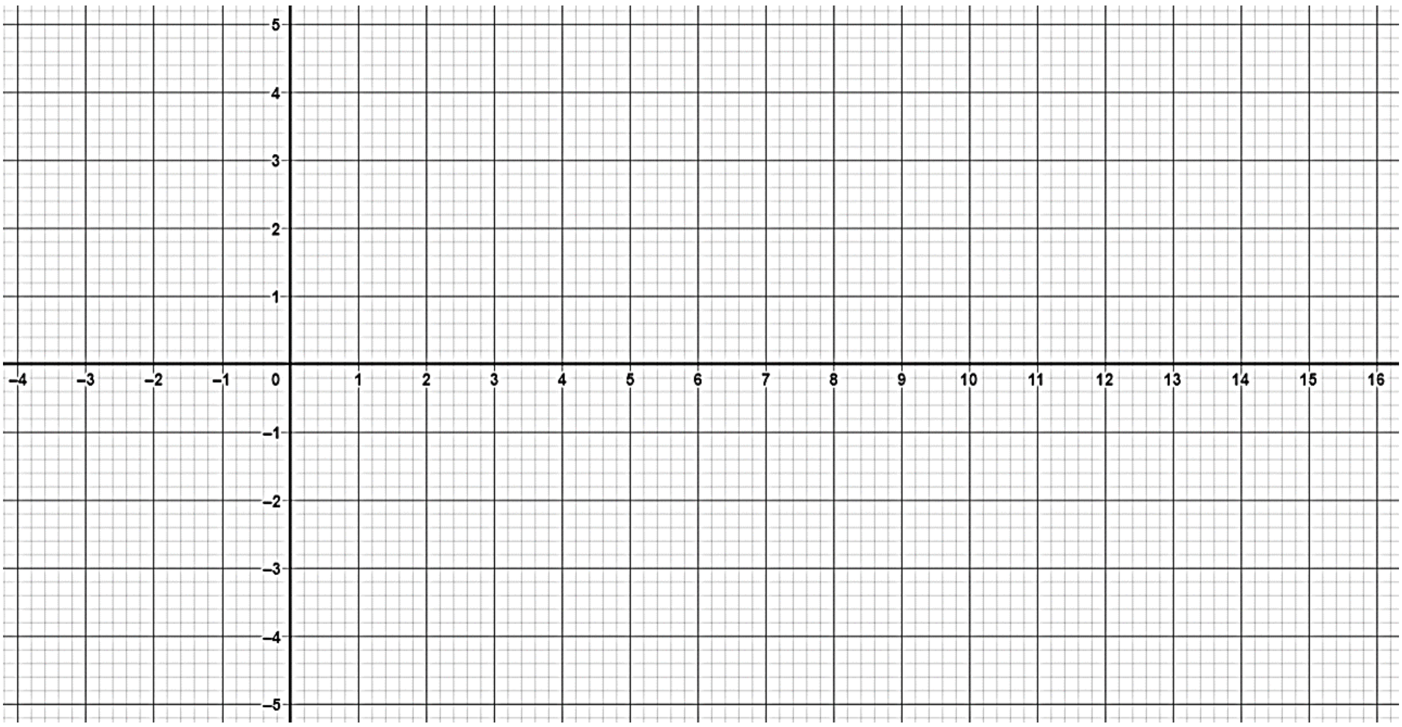
Propriété 2 :

Si la courbe représentative d'une fonction est une droite ALORS cette fonction est affine.

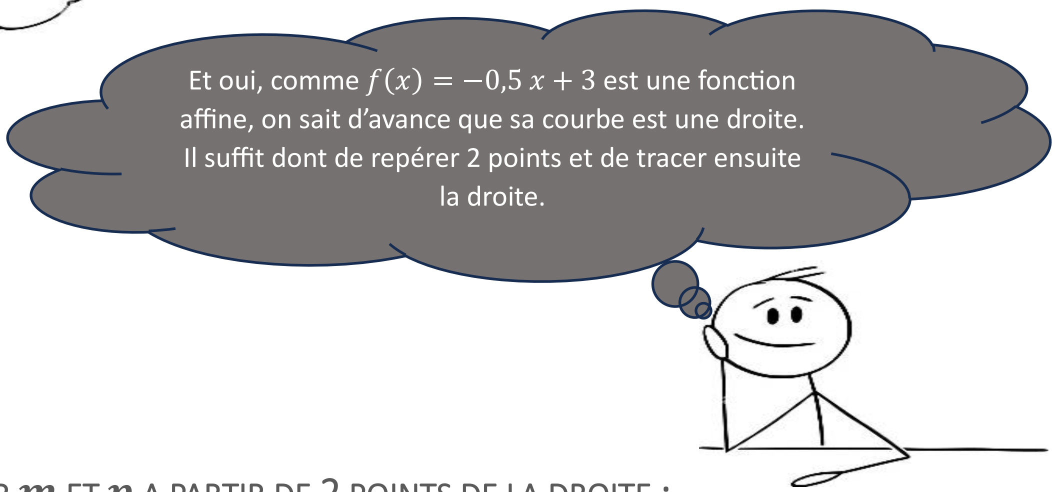
Exemple : Soit la fonction définie pour $x \in]-\infty\,;\,+\infty[$ par $f(x) = 0{,}5\,x - 3$.

⇨ Compléter ci-dessous le tableau de valeur et tracer la courbe représentative de f :

x	-4	-2	0	2	4	6	8	10	12	14	16
$f(x)$											



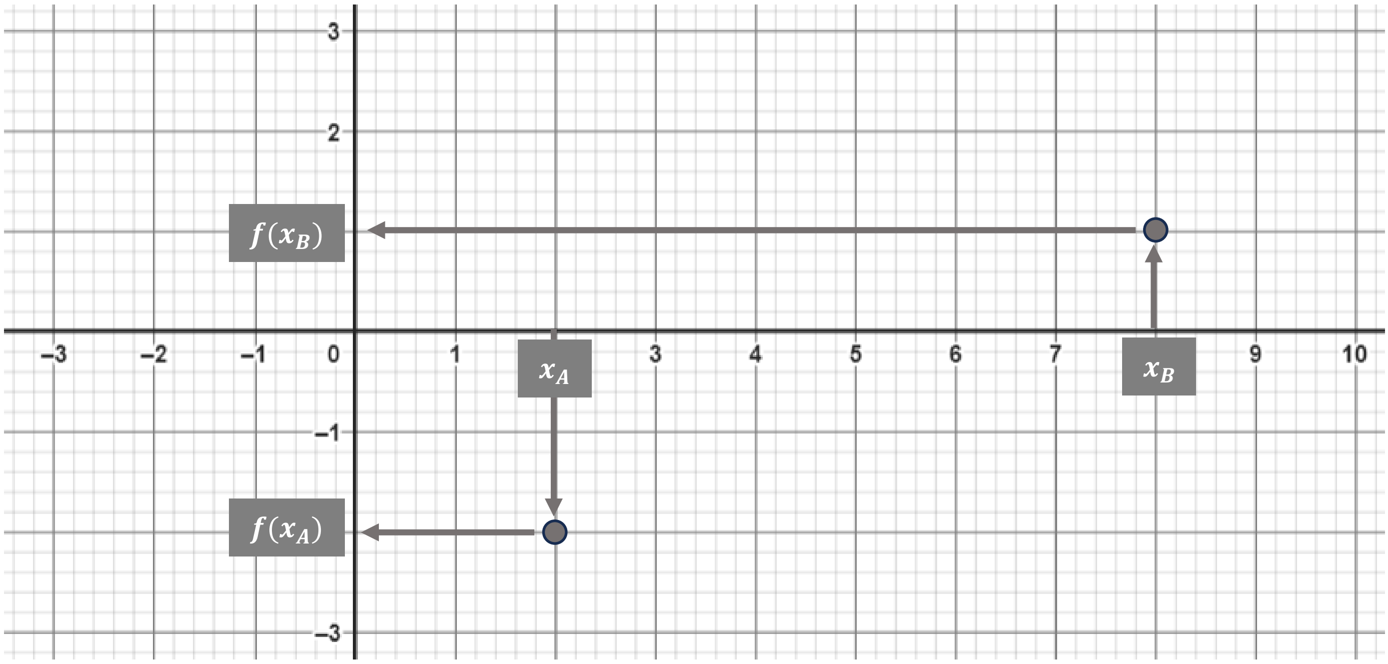
Pour tracer la droite précédente, on a repéré de nombreux points. Mais dans ce cours, c'était uniquement pour vérifier que ces points étaient alignés, ce qui permet de constater que la courbe était bien une droite.



2- <u>Comment calculer m et p a partir de 2 points de la droite :</u>

Soit une fonction affine définie par $f(x) = m\,x + p$. Pour tracer sa droite représentative, on positionne 2 points A et B de cette droite, d'abscisses respectives x_A et x_B . Ces points appartiennent à la droite représentative de f, on peut ainsi calculer leurs ordonnées :

$$f(x_A) = m\,x_A + p \qquad \text{et} \qquad f(x_B) = m\,x_B + p$$



Si on calcule la différence des ordonnées des points A et B, on obtient :

$f(x_B) - f(x_A) =$

$=$

$=$

En divisant chaque membre par la différence $(x_B - x_A)$, on obtient la valeur de m :

$$\frac{}{} \quad = \quad m$$

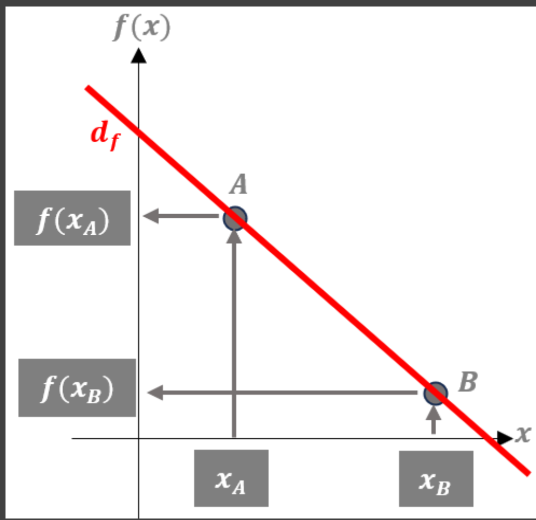
m étant à présent connu, on peut trouver la valeur de p facilement en utilisant les relations $f(x_A) = m\,x_A\; + p$ ou $f(x_B) = m\,x_B\; + p$:

- Soit on calcule p en écrivant :
- Soit on calcule p en écrivant :

Point cours :

Soit une fonction affine f. Si on connait les coordonnées de 2 points $A(x_A\,, f(x_A))$ et $B(x_B\,, f(x_B))$ de sa droite représentative, on peut calculer les valeurs des nombres m et p de la relation :

$$f(x) = m\,x + p$$

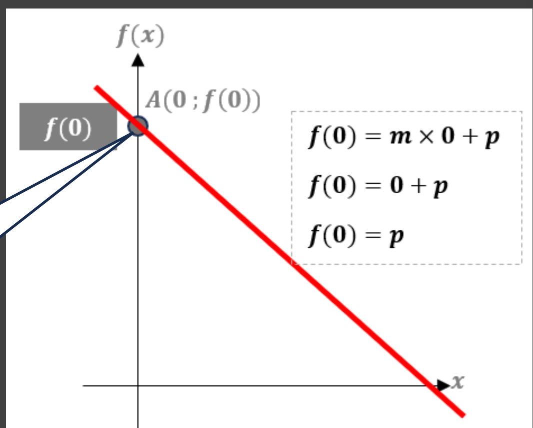


- Pour trouver la valeur du nombre m, on écrit :

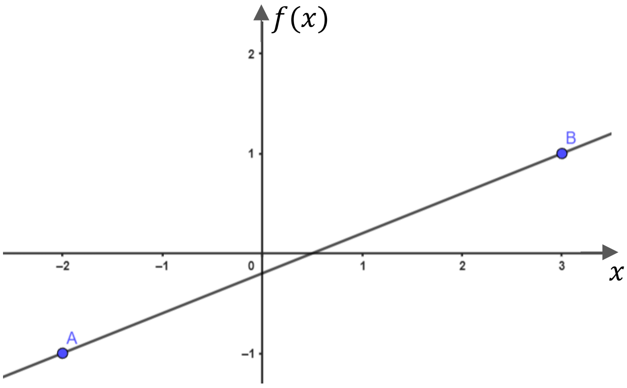
$$m \quad = \quad \frac{f(x_B) - f(x_A)}{x_B - x_A} \quad = \quad \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \quad = \quad \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

- Pour trouver la valeur du nombre p, on écrit $p = \; f(x_A) - m\,x_A$

- Si $x_A = 0$, cette dernière relation donne :
  $p = \; f(0) - m\; \times 0 = f(0)$



3- PREMIER EXERCICE :



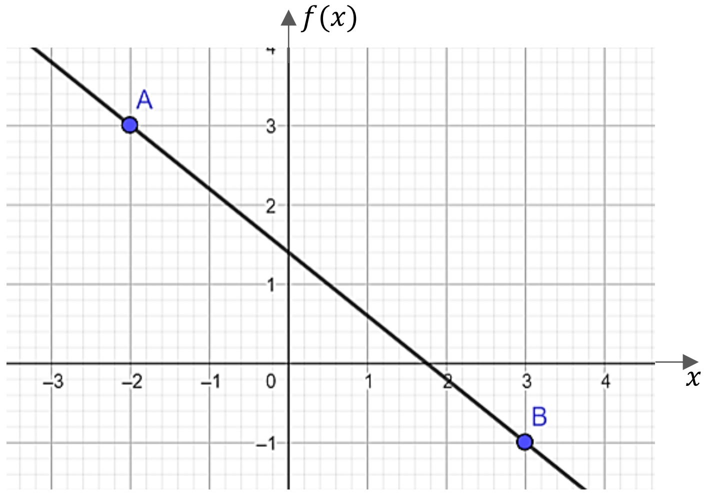
La droite représentative d'une fonction affine passe par les points A et B de coordonnées $A(-2\ ;\ -1)$ et $B(3\ ;1)$.

a- Calculer le coefficient directeur m :

b- Calculer l'ordonnée à l'origine p :

c- Tracer la courbe représentative de f sur votre calculatrice

4- DEUXIEME EXERCICE :



La droite représentative d'une fonction affine passe par les points A et B de coordonnées $A(-2\ ;\ 3)$ et $B(3\ ;-1)$.

a- Calculer le coefficient directeur m :

b- Calculer l'ordonnée à l'origine p :

c- Tracer la courbe représentative de f sur votre calculatrice

5- VARIATIONS D'UNE FONCTION AFFINE :

Point Cours :

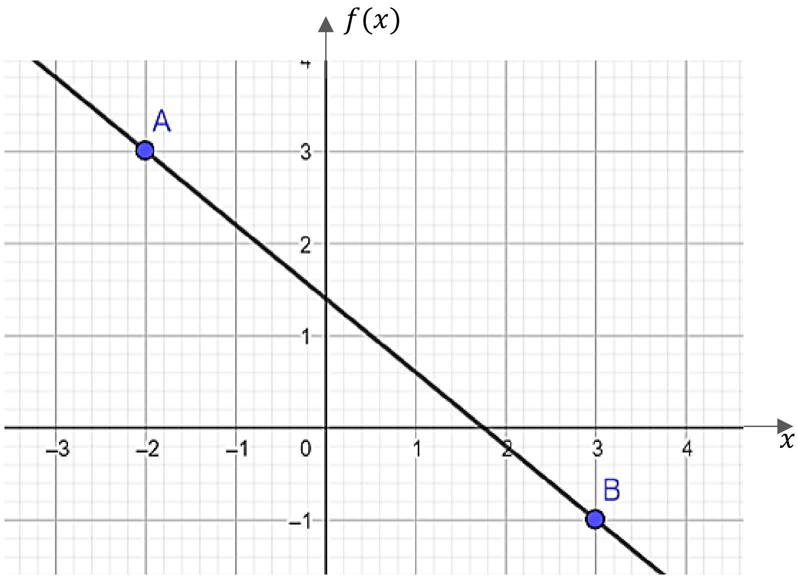
Le sens de variation d'une fonction affine $f(x) = m\,x + p$ dépend du signe du coefficient directeur m :

x	$-\infty$	$+\infty$
Variation de $f(x) = m\,x + p$	Si m est POSITIF ↗	

x	$-\infty$	$+\infty$
Variation de $f(x) = m\,x + p$	Si m est NEGATIF ↘	

6- SIGNE D'UNE FONCTION AFFINE :

La droite représentative de la fonction f définie par $f(x) = -0{,}8\,x + 1{,}4$ est donnée ci-contre :



La valeur $f(x)$ est nulle si :

$$-0{,}8\,x + 1{,}4 = 0$$

$$-0{,}8\,x =$$

$$x =$$

On voit sur la courbe que la valeur de $f(x)$ est positive si $x < 1{,}75$ et négative dans le cas contraire. Pour mieux voir si la valeur de $f(x)$ est positive, nulle ou négative, on trace souvent un tableau de signe :

x	$-\infty$		1,75		$+\infty$
Signe de $f(x) = -0{,}8\,x + 3$		+	0	-	

Point Cours :

Pour tracer le tableau de signe d'une fonction affine $f(x) = m\,x + p$ on commence par résoudre l'équation $f(x) = 0$. Le tableau de signe de f est alors l'un des 2 ci-dessous :

x	$-\infty$		.....		$+\infty$
Signe de $f(x) = m\,x + p$		-	0	+	

Si m est POSITIF

x	$-\infty$		.....		$+\infty$
Signe de $f(x) = m\,x + p$		+	0	-	

Si m est NEGATIF

7- EXERCICE :

Soit la fonction définie sur f pour $x \in \,]-\infty\,;\,+\infty\,[$ par $f(x) = 0{,}5\,x - 3$. Compléter ci-dessous, sans tracer de courbes, le tableau de signe de f :

x	
Signe de $f(x) = 0{,}5\,x - 3$	

Sans réaliser de calcul, lire sur ce tableau le signe de $f(-48)$, $f(6)$, $f(2024)$: