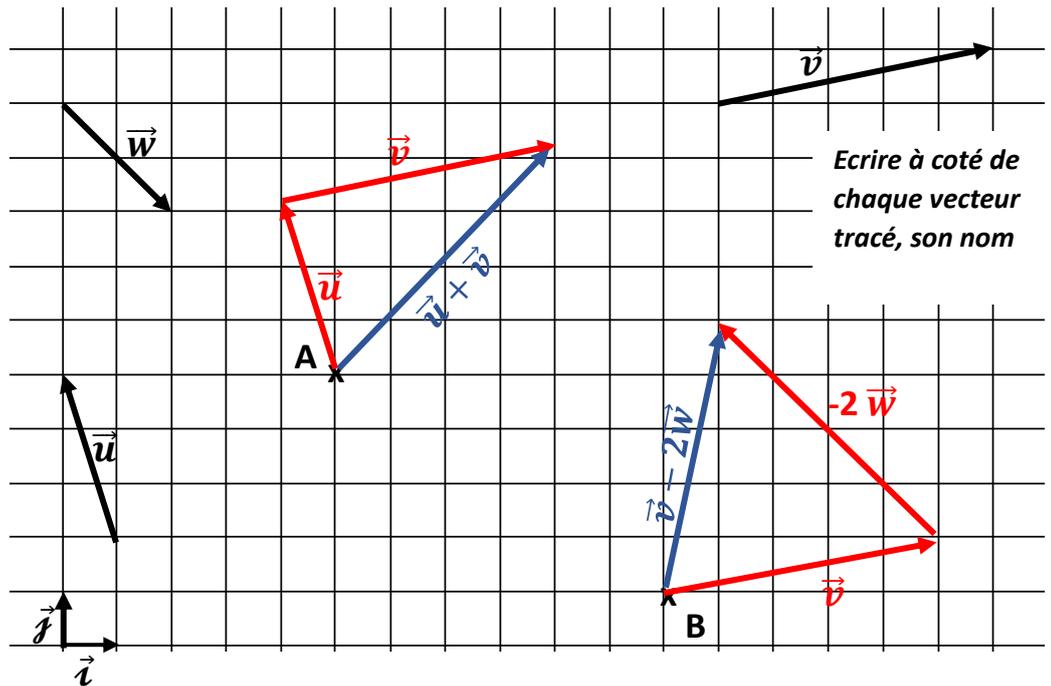


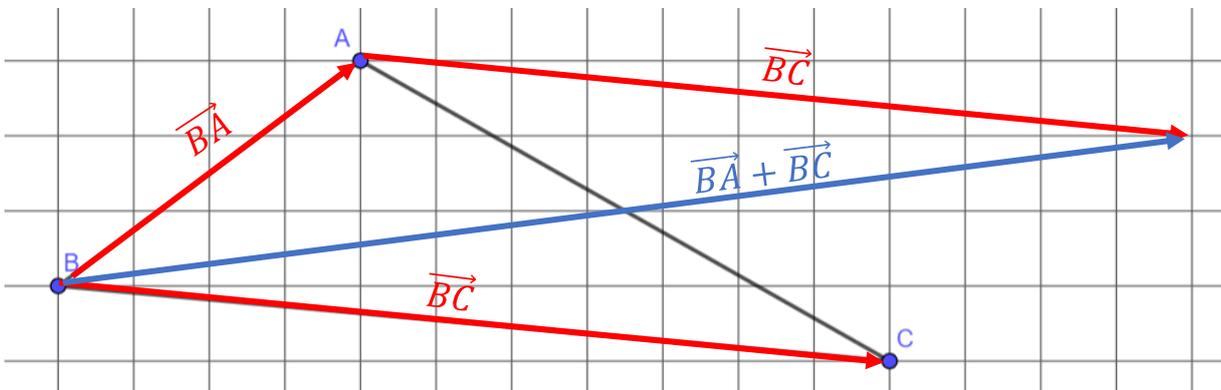
Exercice 1. Vecteur et somme. Les tracés demandés ci-dessous sont à faire sur cette feuille

Soient les points A, B et les vecteurs \vec{u} , \vec{v} , \vec{w} ci-contre :

- 1- Construire le vecteur d'origine A et égal à $\vec{u} + \vec{v}$
- 2- Construire le vecteur d'origine B et égal à $\vec{v} - 2\vec{w}$



Exercice 2. : 1- Tracer sur la figure ci-dessous le représentant du vecteur $\vec{v} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$ et d'origine B. *Ecrire à côté de chaque vecteur tracé, son nom.*



2- Utiliser la relation de Chasles pour calculer la somme $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}$ (répondre ci-dessous) :

$$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$$

Exercice 3. : Dans une base orthonormée (\vec{i}, \vec{j}) , soit les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Soit le vecteur $\vec{w} = 3\vec{u} + \vec{v}$.

- 1- Donner la définition d'une base orthonormée (\vec{i}, \vec{j}) .

La base (\vec{i}, \vec{j}) est constituée de 2 vecteurs de norme égale à 1 et de directions perpendiculaires.

- 2- Ecrire les vecteurs \vec{u} et \vec{v} en fonction de \vec{i} et \vec{j}

$$\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j} \quad \text{et} \quad \vec{v} = -5\vec{i} - \vec{j}$$

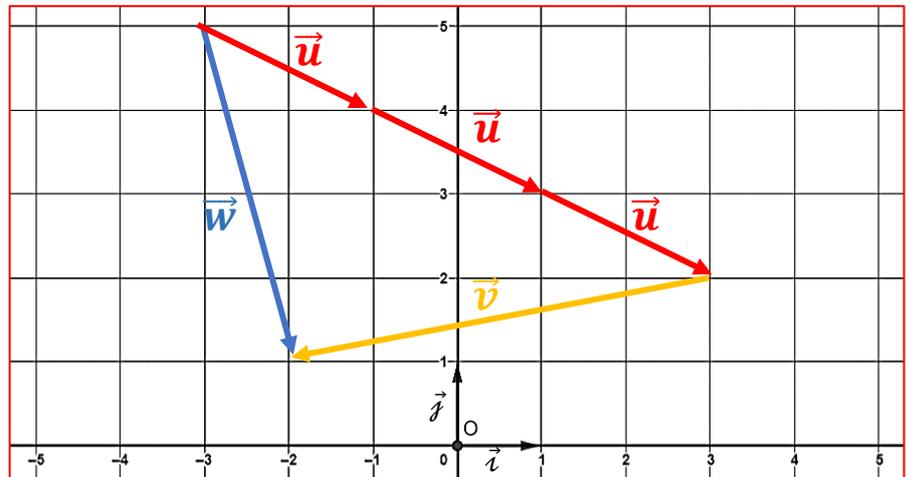
- 3- Ecrire le vecteur \vec{w} en fonction de \vec{i} et \vec{j} en écrivant le calcul $\vec{w} = 3\vec{u} + \vec{v}$ avec \vec{i} et \vec{j}

$$\vec{w} = 3\vec{u} + \vec{v} = 3(2\vec{i} - \vec{j}) + (-5\vec{i} - \vec{j}) = 6\vec{i} - 3\vec{j} - 5\vec{i} - \vec{j} = \vec{i} - 4\vec{j}$$

4- En déduire les coordonnées de \vec{w} .

Les coordonnées de \vec{w} sont ainsi $\vec{w} \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$

5- Vérifier le résultat précédent, en construisant graphiquement sur votre feuille de copie, le vecteur $3\vec{u} + \vec{v}$ à partir des vecteurs $3\vec{u}$ et \vec{v} . Pour la norme des vecteurs \vec{i}, \vec{j} , prendre 1 grand carreau ou 2 petit carreau (1cm).



Exercice 4. : Soit les points A, B, C de coordonnées $A(3; -4)$, $B(0; 2)$ et $C(5; -1)$. Soit le point D de coordonnées inconnues $D(x, y)$.

1- Tracer les points A, B et C sur feuille de copie, dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) : pour la norme des vecteurs \vec{i}, \vec{j} , prendre 1 grand carreau ou 2 petit carreau (1cm).

2- Calculer les coordonnées du vecteur \vec{AC}

$$\vec{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} \quad \vec{AC} \begin{pmatrix} 5 - 3 \\ -1 - (-4) \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

3- Calculer en fonction de x et y les coordonnées du vecteur \vec{BD}

$$\vec{BD} \begin{pmatrix} x_D - x_B \\ y_D - y_B \end{pmatrix} \quad \vec{BD} \begin{pmatrix} x - 0 \\ y - 2 \end{pmatrix}$$

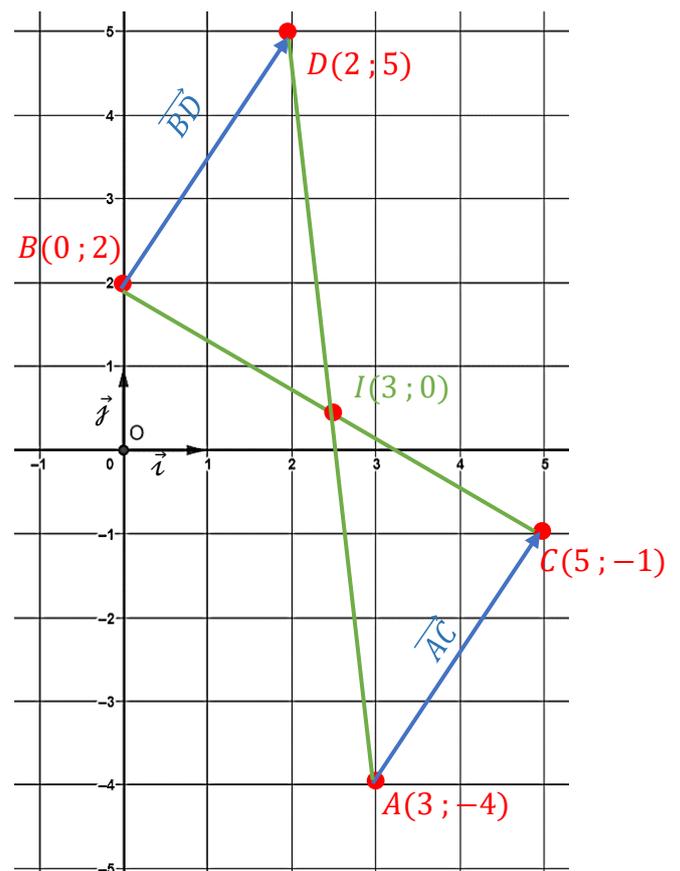
4- Calculer les valeurs de x et y qui permettent d'avoir $\vec{AC} = \vec{BD}$

$\vec{AC} = \vec{BD}$ donc on a :

$$2 = x - 0 \quad \text{et} \quad 3 = y - 2$$

$$x = 2 \quad \quad \quad y = 5$$

Les coordonnées du point D sont donc $D(2; 5)$



5- Tracer le point D . Que peut-on en déduire du quadrilatère $ABDC$? Justifier.

Comme $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$, on peut dire que les segments $[AC]$ et $[BD]$ sont parallèles et sont de même longueur. $[AC]$ et $[BD]$ étant les côtés opposés du quadrilatère $ABDC$, on peut ainsi dire que $ABDC$ est un parallélogramme.

6- Calculer les coordonnées du point milieu I du segment $[BC]$. Vérifier le résultat en traçant le point I .

$$I\left(\frac{x_B + x_C}{2}; \frac{y_B + y_C}{2}\right)$$

$$I\left(\frac{0 + 5}{2}; \frac{2 + (-1)}{2}\right)$$

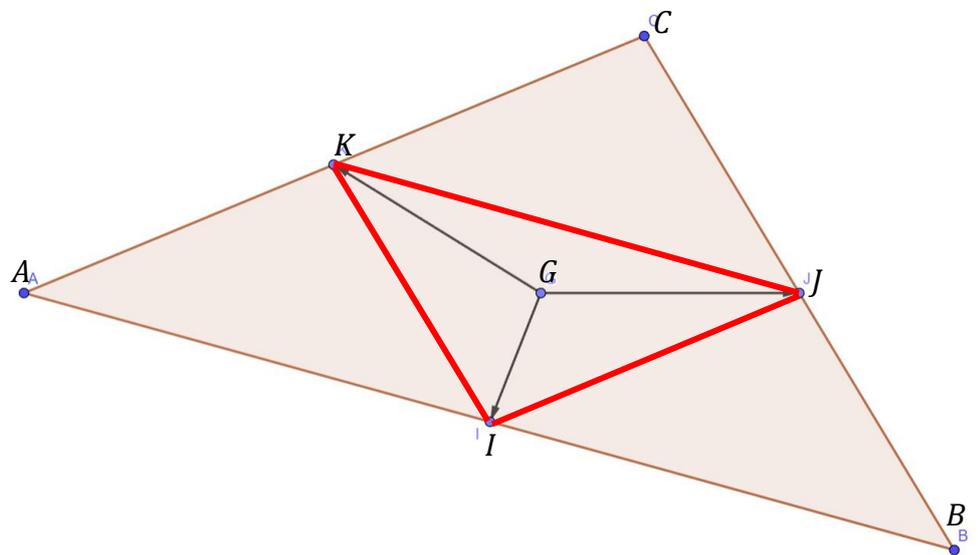
$$I(2,5; 0,5)$$

7- Sans utiliser de coordonnées, exprimer le vecteur \overrightarrow{AD} en fonction du vecteur \overrightarrow{AI} . Justifier.

$ABDC$ étant un parallélogramme, ses diagonales se coupent en leur milieu. Ainsi le point I est aussi le milieu du segment $[AD]$. Ainsi on peut écrire la relation : $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AI}$

Exercice 5. : On donne ci-contre un triangle ABC quelconque. Les points I, J, K sont respectivement les milieux des cotés $[AB]$, $[BC]$ et $[AC]$.

Soit G le centre de gravité de ce triangle ABC . Ce point vérifie ainsi la relation $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$



- 1- Montrer que $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GI} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$
- 2- Tracer le triangle IJK
- 3- Montrer que G est aussi le centre de gravité du triangle IJK , c'est-à-dire que l'on a $\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GJ} + \overrightarrow{GK} = \vec{0}$

- 1- D'après la relation de Chasles, on peut écrire : $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IA}$
 Comme I est le milieu de $[AB]$, on peut écrire : $\overrightarrow{IA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$
 On a donc finalement : $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{GI} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$

- 3- G est le centre de gravité du triangle IJK seulement si $\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GJ} + \overrightarrow{GK} = \vec{0}$.

G étant le centre de gravité de ABC , on a $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
 En utilisant la relation de Chasles plusieurs fois, on peut écrire :

$$\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{GJ} + \overrightarrow{JB} + \overrightarrow{GK} + \overrightarrow{KC} = \vec{0}$$

Ce qui donne :

$$\overrightarrow{GI} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{GJ} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{GK} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \vec{0}$$

Car J est le milieu de $[BC]$ et K , le milieu de $[AC]$.

En modifiant l'ordre des termes de cette relation, on a :

$$\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GJ} + \overrightarrow{GK} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \vec{0}$$

$$\vec{GI} + \vec{GJ} + \vec{GK} + \frac{1}{2}(\vec{BA} + \vec{CB} + \vec{AC}) = \vec{0}$$

$$\vec{GI} + \vec{GJ} + \vec{GK} + \frac{1}{2}(\vec{BA} + \vec{AC} + \vec{CB}) = \vec{0}$$

Avec la relation de Chasles, on peut dire que : $\vec{BA} + \vec{AC} + \vec{CB} = \vec{BB} = \vec{0}$

Donc finalement : $\vec{GI} + \vec{GJ} + \vec{GK} = \vec{0}$

Le point G est donc aussi le centre de gravité du triangle *IJK*