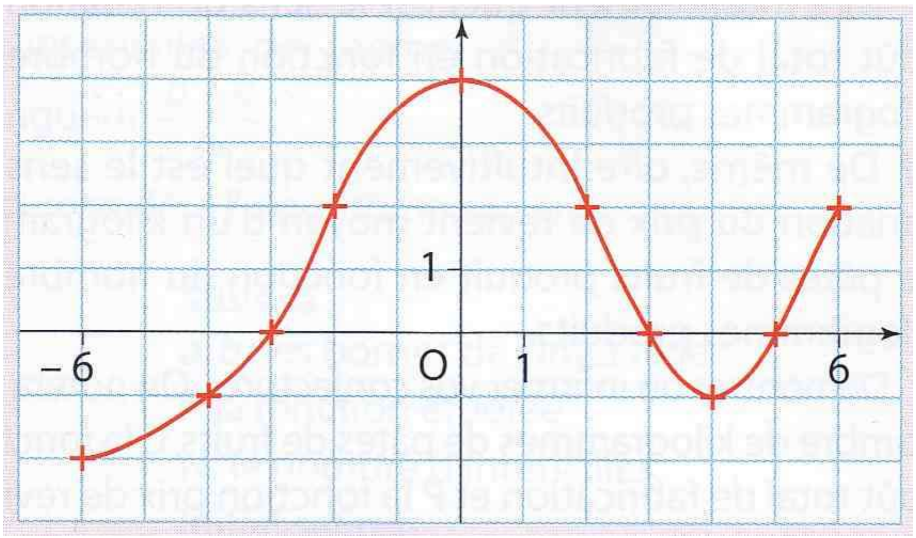
MODELISER PAR UNE FONCTION

Exercice 1 : *Une fonction f est* strictement décroissante sur $]-\infty\,;5\,]$ et strictement croissante sur $[\,5\,;\,+\infty[$. Peut-on comparer $f(2)$ et $f(4)$? Justifier en rédigeant correctement.

Exercice 2 : On donne la courbe représentative C_f d'une fonction f.



1- Donner l'ensemble de définition D_f
2- Donner le tableau de variation.
3- Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 1$. Laisser les traits de construction sur la figure.
4- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > 1$. Colorier la portion de courbe concernée et colorier sur l'axe des abscisses, les zones dans lesquelles on a les solutions.
5- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq 2$

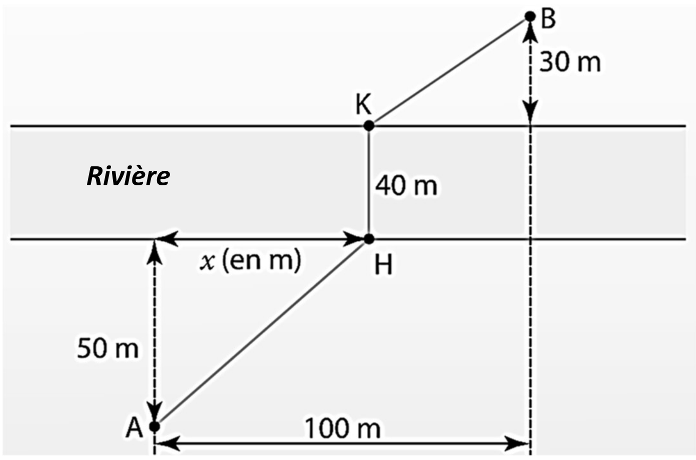
Exercice 3 : *Le tableau de variation d'une fonction f est le suivant :*

x	-3		1		3		6
$f(x)$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	-5	$\nearrow$	0

1- Comparer, si possible, les valeurs de $f(1{,}5)$ et de $f(2{,}8)$. Justifier.
2- Comparer, si possible, les valeurs de $f(4)$ et de $f(5)$. Justifier.
3- Comparer, si possible, les valeurs de $f(-1)$ et de $f(4)$. Justifier.

Problème : *Construction d'un pont*

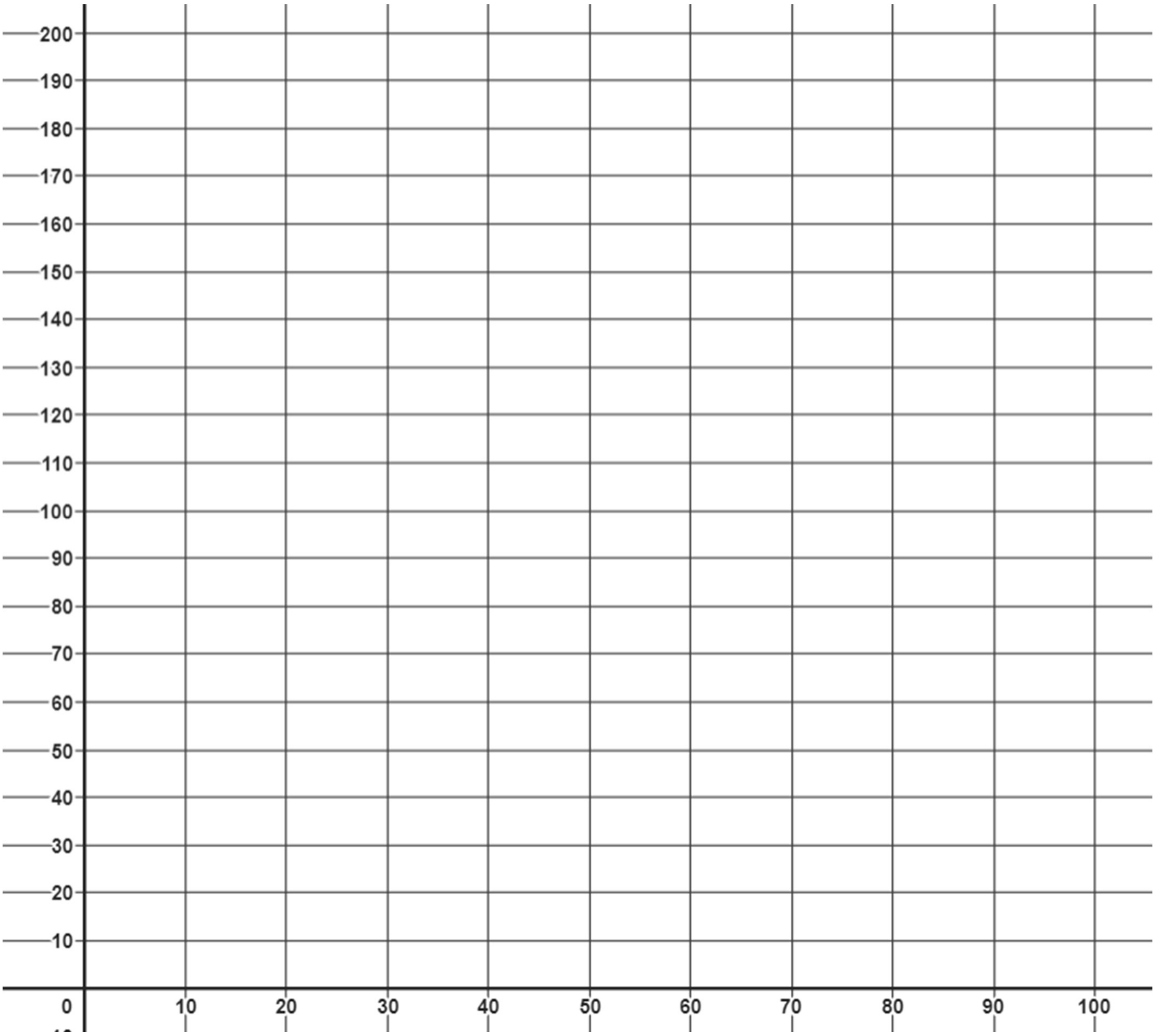
On souhaite placer un pont [HK], perpendiculaire aux berges d'une rivière, pour que le trajet de A à B soit le plus petit possible. On recherche ainsi la longueur x qui permette d'obtenir une distance AH + HK + KB minimale.



Pour faciliter cette recherche, on donne la fonction f définie par : $f(x) = AH + HK + KB$ pour $x \in [0\ ;\ 100]$

On peut montrer que : $\boldsymbol{f(x) = \sqrt{2500 + x^2} + 40 + \sqrt{x^2 - 200x + 10900}}$

1) Calculer, **en écrivant le détail du calcul** : $f(0)$, $f(50)$ et $f(100)$ avec une précision au dixième. Placer dans le repère qui suit, les points de la courbe C_f , d'abscisses 0, 50 et 100.



2) Tracer sur calculatrice la courbe C_f avec comme fenêtre graphique : $0 \leq x \leq 100$ et $-10 \leq y \leq 200$.
Déterminer (arrondie au dixième), la distance x qui permet d'obtenir une longueur du trajet A-H-K-B minimale.
Quelle est cette longueur ?

3) **En utilisant la calculatrice**, compléter le tableau de valeur ci-dessous (arrondies au dixième) et placer les points correspondants de la courbe, sur le graphe précédent. Finir de tracer la courbe.

x	0	20	40	60	80	100
$f(x)$						

4) Déterminer graphiquement les solutions de l'équation $f(x) = 180$, en laissant les traits de construction, sur la courbe tracée ci-dessus.

5) Déterminer à présent les solutions au dixième près, de l'équation $f(x) = 180$, en utilisant la calculatrice.

6) Résoudre l'inéquation $f(x) > 180$.

7) Démontrer que l'expression de f est bien : $f(x) = \sqrt{2500 + x^2} + 40 + \sqrt{x^2 - 200x + 10900}$