

Exercice 1. Probabilités (6,5 points)

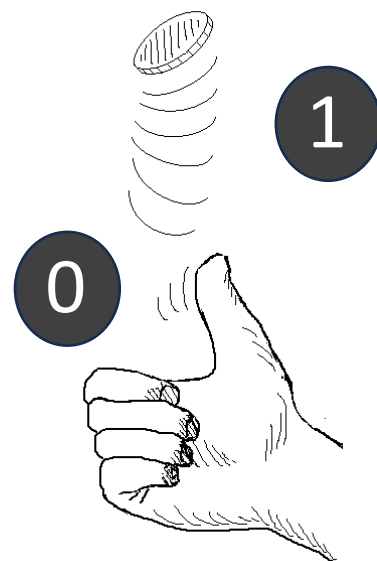
Un jeton bien équilibré porte les chiffres 0 et 1 sur ses faces. On lance ce jeton 3 fois de suite. La notation des issues sera la suivante : si par exemple, le premier lancer donne 0, le second 1 et le troisième 1, l'issue sera notée (0, 1, 1).

On définit les événements A et B suivants.

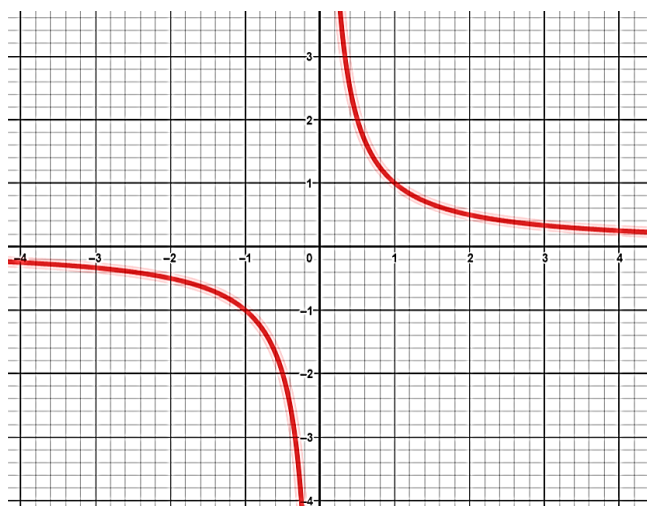
- Évènement A : « le produit des 3 chiffres obtenus n'est pas nul »
- Évènement B : « la somme des 3 chiffres obtenus est égale à 2 »

- 1- Ecrire une phrase qui définit ce qu'est l'univers Ω
- 2- Donner toutes les issues que contient cet ensemble : $\Omega = \{ (0, 0, 0) ; \dots \}$
- 3- Donner toutes les issues que contient l'ensemble A : $A = \{ \dots \}$
- 4- Donner toutes les issues que contient l'ensemble B : $B = \{ \dots \}$
- 5- Donner toutes les issues que contient l'ensemble $\bar{A} \cap \bar{B}$: $\bar{A} \cap \bar{B} = \{ \dots \}$
- 6- Calculer les probabilités $p(A)$, $p(B)$ et $p(\bar{A} \cap \bar{B})$.
- 7- Un jeu d'argent est organisé. Pour jouer il faut donner 5 €. Si l'évènement A se produit, le joueur reçoit x €. Si l'évènement B se produit, le joueur reçoit 7 €. Si ni A, ni B se produisent, le joueur perd sa mise.

On suppose que 1000 personnes jouent. L'organisateur du jeu engrange ainsi 5000 €. Calculer le gain x pour que le jeu soit équilibré, c'est-à-dire pour que l'organisateur du jeu restitue les 5000 € engrangés en gains.

**Exercice 2.** Fonction inverse (4 points)

- 1- Donner le tableau de variation de la fonction inverse.
- 2- Comparer sans aucun calcul les nombres $\frac{1}{0,3}$ et $\frac{1}{0,4}$. Justifier.
- 3- Donner sous forme de fraction, puis sous forme d'entier, l'inverse du nombre $\frac{5}{2025}$
- 4- Quelle est le résultat de la division du nombre $\frac{a}{b}$ par le nombre $\frac{c}{d}$?
- 5- Donner un encadrement de $\frac{1}{x}$ pour $x \in [-4 ; -0,5]$
Justifier correctement en commençant le raisonnement par :
Si $-4 \leq x \leq -0,5$ alors
- 6- On donne ci-contre, la courbe de la fonction inverse. Compléter la phrase suivante :
 $\frac{1}{x} \leq -2$ si et seulement si $\dots \leq x < \dots$. Pour justifier, repérer uniquement sur les axes de cette courbe, les zones concernées.

**Exercice 3.** Puissance d'un nombre (1,5 points)

Ecrire sous la forme d'une puissance les nombres suivants : $A = (10^{-2})^3 \times 10^4$, $B = \frac{5^3}{5^6}$ et $C = \frac{(4x)^2 \times x^{-4}}{x^3}$.

Exercice 4. Probabilités (2 points)

Dans une classe de seconde de 32 élèves, 11 élèves jouent au foot et 8 prennent des cours de musique. 3 pratiquent les deux activités. On interroge un élève de cette classe au hasard. On définit les évènements F et M suivants.

- Evènement F : « l'élève interrogé joue au foot ». Ainsi $p(F) = \frac{11}{32}$.
 - Evènement M : « l'élève interrogé prend des cours de musique ». Ainsi $p(M) = \frac{8}{32}$.
- 1- Donner la probabilité $p(F \cap M)$.
 - 2- Donner la probabilité $p(F \cup M)$. Justifier en utilisant la propriété vue en cours.
 - 3- Donner la probabilité $p(\bar{F})$. Justifier en utilisant la propriété vue en cours.

Exercice 5. Fonction inverse (3,5 points)

Un nombre A est écrit en fonction de x : $A = \frac{2}{2x-3} + 4$

- 1- Donner l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles le nombre A peut être calculé.
- 2- Ecrire ce nombre sous la forme d'une fraction.
- 3- Ecrire l'inverse de A sous la forme d'une fraction.

Exercice 6. Problème (3 points)

Si n est un entier naturel ($n \in \mathbb{N}$), pour quelle valeur de n a-t-on :

$$\frac{1}{1-\frac{1}{2}} \times \frac{1}{1-\frac{1}{3}} \times \frac{1}{1-\frac{1}{4}} \times \frac{1}{1-\frac{1}{5}} \times \dots \times \frac{1}{1-\frac{1}{n-1}} \times \frac{1}{1-\frac{1}{n}} = 2025 \quad ?$$