

Chapitre 10.

Probabilités

1- EXEMPLE D'UN LANCER DE 3 DES :

La Française des jeux propose un nouveau jeu de pari dont les règles sont :

- pour jouer il faut payer 1 €,
- le joueur lance 3 dés :
 - si 2 dés indiquent 6, il gagne 5 €
 - si 3 dés indiquent 6, il gagne 50 €
 - sinon il perd sa mise.



On se propose de répondre aux questions suivantes :

- quelles sont les chances pour le joueur de gagner ?
- sur 1000 paris réalisés, la Française des jeux a-t-elle plus de risques de perdre de l'argent que d'en gagner ?

		1			1					1					1
		2			2					2					2
		3			3					3					3
		4			4					4					4
		5			5					5					5
		6			6					6					6
		1			1					1					1
		2			2					2					2
		3			3					3					3
		4			4					4					4
		5			5					5					5
		6			6					6					6
		1			1					1					1
		2			2					2					2
		3			3					3					3
		4			4					4					4
		5			5					5					5
		6			6					6					6
		1			1					1					1
		2			2					2					2
		3			3					3					3
		4			4					4					4
		5			5					5					5
		6			6					6					6
		1			1					1					1
		2			2					2					2
		3			3					3					3
		4			4					4					4
		5			5					5					5
		6			6					6					6

Quelques définitions :

- Univers : Il est noté Ω . Il correspond à l'ensemble des issues possibles.
- Evènements : un évènement A est un sous-ensemble de Ω .
- Probabilités :

On a ici une expérience aléatoire qui correspond à un lancer de 3 dés. Dans cet exemple, une issue est un triplet de 3 nombres entiers compris entre 1 et 6.

⇒ Donne 3 issues possibles, l'une permet de gagner 50 €, l'autre uniquement 5 € et la troisième donne le joueur perdant :

- Gain de 50 € :
- Gain de 5 € :
- Aucun gain :

⇒ L'univers Ω est l'ensemble de tous les triplets qu'il est possible d'obtenir. Combien d'issues compte cet ensemble Ω ?

⇒ L'évènement appelé ici *gain50* est l'ensemble des issues de Ω pour lesquelles 3 dés indiquent 6. Combien d'issues compte cet ensemble *gain5* ? Calculer la probabilité $p(\text{gain}50)$ de cet évènement :

⇒ L'évènement appelé ici *gain5* est l'ensemble des issues de Ω pour lesquelles 2 dés indiquent 6. Combien d'issues compte cet ensemble *gain5* ? Calculer la probabilité $p(\text{gain}5)$ de cet évènement :

On suppose que la Française des jeux vend 1000 paris :

⇒ Quelle somme d'argent empoche la Française des jeux :

⇒ Quelle somme d'argent la Française des jeux doit-elle donner aux joueurs qui ont gagnés :

2- EXEMPLE D'UN TIRAGE

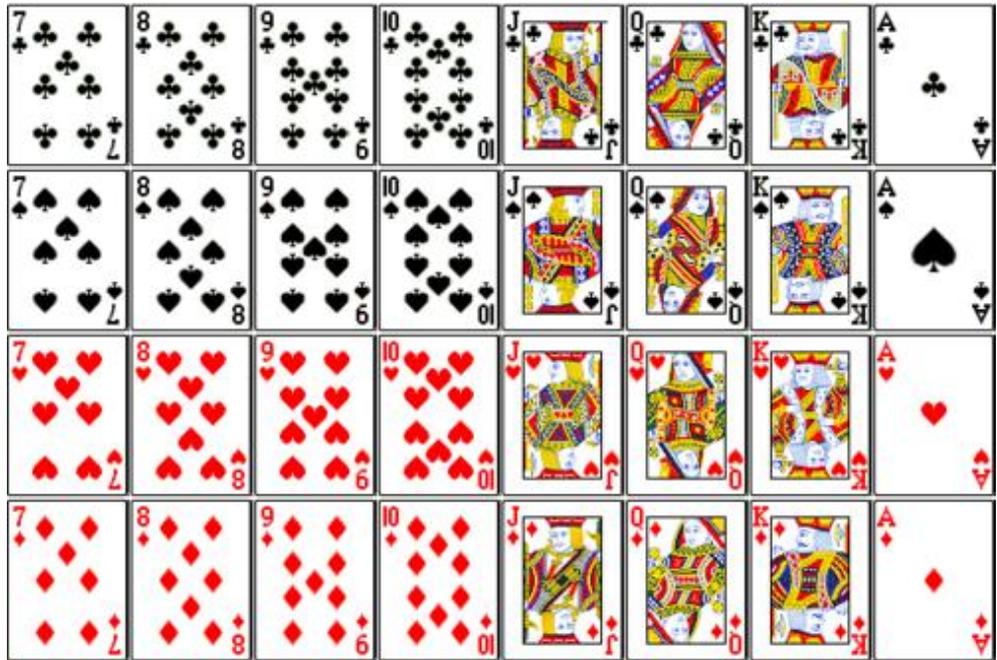
DANS UN JEU DE CARTE :

On réalise l'expérience aléatoire suivante : « **on tire au hasard 1 carte dans un jeu de 32 cartes** ».

On considère les événements suivants :

- A : « la carte prélevée est un carreau »
- B : « la carte prélevée est une figure »

1- Définir l'univers Ω lié à cette expérience. Combien d'issues possibles comprend cet ensemble ?



2- Définir l'ensemble A. Combien d'issues comprend cet ensemble ? En déduire la probabilité $p(A)$.

3- Même question pour l'évènement B et la probabilité $p(B)$.

Opérations sur les événements : Soit A et B deux événements.

- Evènement contraire : L'ensemble des issues qui ne réalisent pas A est appelé **évènement contraire** de A. Il est noté
- Intersection: L'ensemble des issues qui réalisent à la fois A et B est appelé **intersection** de A et B. Il est noté
- Réunion: L'ensemble des issues qui réalisent A ou B est appelé **réunion** de A et B. Il est noté

4- Définir l'ensemble $A \cap B$ et calculer la probabilité $p(A \cap B)$.

5- Même question pour l'évènement $A \cup B$ et la probabilité de $p(A \cup B)$.

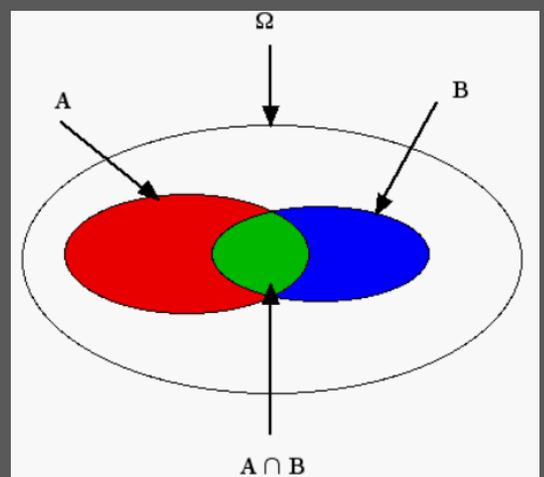
6- Reprendre les résultats précédents de $p(A)$, $p(B)$ et $p(A \cap B)$ et réaliser le calcul suivant :
$$p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

7- Définir l'ensemble \bar{A} et calculer la probabilité $p(\bar{A})$.

Propriétés : Soit A et B deux évènements.

- Evènement contraire :

- Intersection et réunion:



3- EXEMPLE D'UN LANCER DE 3 DES :

On lance deux dés équilibrés. On cherche à calculer les probabilités des deux évènements suivants :

A : « le produit des 2 nombres sortis est inférieur ou égal à 18 »

B : « le produit des 2 nombres sortis est supérieur ou égal à 5 »



- 1- Définir à travers **un tableau à double entrée**, l'univers Ω lié à cette expérience.
Combien d'issues possibles comprend cet ensemble ?

Dé 1 \ Dé 2	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

- 2- Combien d'issues comprend l'évènement A ? Calculer $p(A)$
- 3- Mêmes questions pour l'évènement B et le calcul de $p(B)$
- 4- Définir par une phrase l'évènement $A \cap B$ et calculer la probabilité $p(A \cap B)$.
- 5- Reprendre les résultats précédents de $p(A)$, $p(B)$ et $p(A \cap B)$ et réaliser le calcul suivant :
$$p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$
- 6- Définir par une phrase l'évènement $A \cup B$ et calculer la probabilité $p(A \cup B)$.
- 7- Définir par une phrase l'évènement \bar{A} et calculer la probabilité $p(\bar{A})$.