Chapitre 10 - Probabilités

# **Exemple d’un lancer de 3 dés :**

 La Française des jeux propose un nouveau jeu de pari dont les règles sont :

* pour jouer il faut payer 1 €,
* le joueur lance 3 dés :
	+ si 2 dés indiquent 6, il gagne 5 €
	+ si 3 dés indiquent 6, il gagne 50 €
	+ sinon il perd sa mise.

On se propose de répondre aux questions suivantes :

* + - * quelles sont les chances pour le joueur de gagner ?
			* sur 1000 paris réalisés, la Française des jeux a-t-elle plus de risques de perdre de l’argent que d’en gagner ?

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |

 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |

 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |

 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |

 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |

 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |
|

|  |
| --- |
| 1 |
| 2 |
| 3 |
| 4 |
| 5 |
| 6 |

 |

 |

Quelques définitions :

* *Univers* : Il est noté $Ω$ . Il correspond à l’ensemble des issues

 possibles.

* *Evènements* : un évènement A est un sous-ensemble de $Ω$.
* *Probabilités* :

On a ici une expérience aléatoire qui correspond à un lancer de 3 dés. Dans cet exemple, une issue est un triplet de 3 nombres entiers compris entre 1 et 6.

⇨ Donne 3 issues possibles, l’une permet de gagner 50 €, l’autre uniquement 5 € et la troisième donne le joueur perdant :

* + - Gain de 50 € :
		- Gain de 5 € :
		- Aucun gain :

 ⇨ L‘univers $Ω$ est l’ensemble de tous les triplets qu’il est possible d’obtenir. Combien d’issues compte cet ensemble $Ω$ ?

⇨ L’évènement appelé ici *gain50* est l’ensemble des issues de $Ω$ pour lesquelles 3 dés indiquent 6. Combien d’issues compte cet ensemble *gain5* ? Calculer la probabilité $p(gain50)$ de cet évènement :

⇨ L’évènement appelé ici *gain5* est l’ensemble des issues de $Ω$ pour lesquelles 2 dés indiquent 6. Combien d’issues compte cet ensemble *gain5* ? Calculer la probabilité $p(gain5)$ de cet évènement :

On suppose que la Française des jeux vend 1000 paris :

⇨ Quelle somme d’argent empoche la Française des jeux :

⇨ Quelle somme d’argent la Française des jeux doit-elle donner aux joueurs qui ont gagnés :

# http://2hcp.fr/kartable_prive/upload_fichier/img/TS01405-01.PNG**Exemple d’un tirage dans un jeu de carte :**

On réalise l’expérience aléatoire suivante : «***on tire au hasard 1 carte dans un jeu de 32 cartes***».

On considère les évènements suivants :

* + A : « la carte prélevée est un carreau »
	+ B : « la carte prélevée est une figure »
1. Définir l’univers $Ω$ lié à cette expérience. Combien d’issues possibles comprend cet ensemble ?
2. Définir l’ensemble A. Combien d’issues comprend cet ensemble ? En déduire la probabilité p(A).
3. Même question pour l’évènement B et la probabilité p(B).

Opérations sur les évènements : Soit A et B deux évènements.

* *Evènement contraire* : L’ensemble des issues qui ne réalisent pas A est appelé **évènement contraire** de A. Il est noté
* *Intersection*: L’ensemble des issues qui réalisent à la fois A et B est appelé intersection de A et B. Il est noté
* *Réunion*: L’ensemble des issues qui réalisent A ou B est appelé réunion de A et B. Il est noté
1. Définir l’ensemble $A∩B$ et calculer la probabilité $p(A∩B)$.
2. Même question pour l’évènement $A⋃B$ et la probabilité de $p(A⋃B)$.
3. Reprendre les résultats précédents de $p(A)$, $p(B)$ et $p\left(A∩B\right) $et réaliser le calcul suivant :

$p\left(A\right)+p\left(B\right)-$ $p(A∩B)$

1. Définir l’ensemble $\overbar{A}$ et calculer la probabilité p($\overbar{A})$ .

Propriétés : Soit A et B deux évènements.

* *Evènement contraire* :
* *Intersection et réunion*:



# http://www.planetepouete.fr/wp-content/uploads/2012/02/proba.png**Exemple d’un lancer de 3 dés :**

On lance deux dés équilibrés. On cherche à calculer les probabilités des deux évènements suivants :

A : « *le produit des 2 nombres sortis est inférieur ou égal à 18* »

B : « *le produit des 2 nombres sortis est supérieur ou égal à 5* »

1. Définir à travers **un tableau à double entrée**, l’univers $Ω$ lié à cette expérience. Combien d’issues possibles comprend cet ensemble ?

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  Dé 1Dé 2 | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** |  |  |  |  |  |  |
| **2** |  |  |  |  |  |  |
| **3** |  |  |  |  |  |  |
| **4** |  |  |  |  |  |  |
| **5** |  |  |  |  |  |  |
| **6** |  |  |  |  |  |  |

1. Combien d’issues comprend l’évènement A ? Calculer $p(A)$
2. Mêmes questions pour l’évènement B el le calcul de $p(B)$
3. Définir par une phrase l’évènement $A∩B$ et calculer la probabilité $p(A∩B)$.
4. Reprendre les résultats précédents de $p(A)$, $p(B)$ et $p(A∩B)$ et réaliser le calcul suivant :

$p\left(A\right)+p\left(B\right)-$ $p(A∩B)$

1. Définir par une phrase l’évènement $A⋃B$ et calculer la probabilité $p(A⋃B).$
2. Définir par une phrase l’évènement $\overbar{A}$ et calculer la probabilité p($\overbar{A})$.