

Chapitre 6. Les vecteurs – 3^{ème} partie

1- NORME D'UN VECTEUR

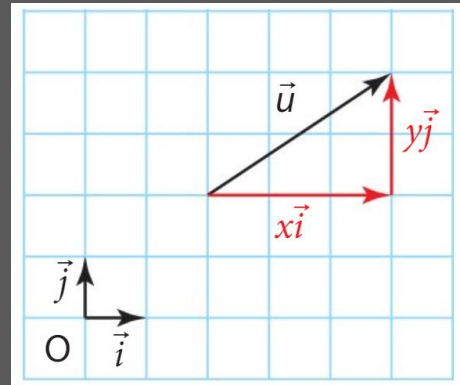
Propriété :

Soit un vecteur $\vec{u}$ dont les coordonnées dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sont $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

La norme $\|\vec{u}\|$ du vecteur $\vec{u}$ correspond à sa longueur. En appliquant le théorème de Pythagore sur le triangle rectangle ci-contre, on obtient : $\|\vec{u}\|^2 = x^2 + y^2$

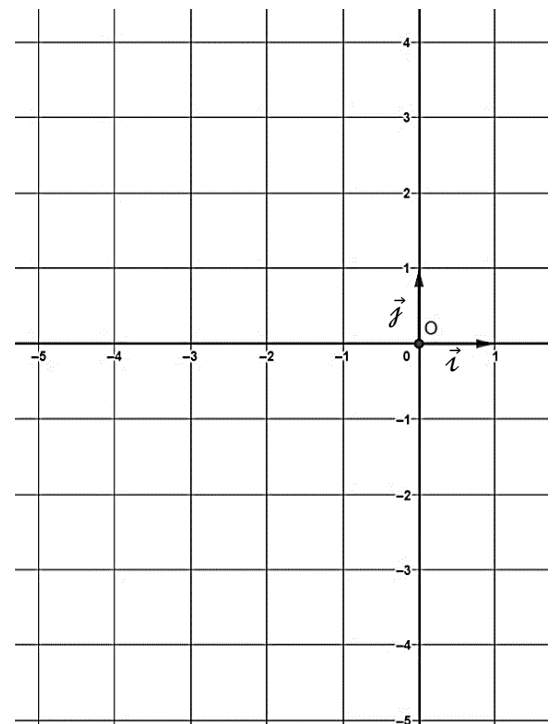
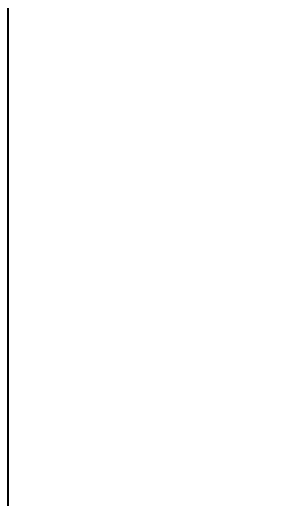
On en déduit que :

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$



Exemple : Soit les points A , B et C dont les coordonnées dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sont $A(-4; -1)$, $B(0; -5)$ et $C(1; 4)$

- 1- Placer les points dans le repère ci-contre.
- 2- Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$, $\vec{BC}$ et $\vec{CA}$.



- 3- Montrer que $\|\vec{AB}\| = AB = \sqrt{32}$, $\|\vec{BC}\| = BC = \sqrt{82}$ et $\|\vec{CA}\| = CA = \sqrt{50}$:



- 4- En appliquant la réciproque du théorème de Pythagore, montrer que le triangle ABC est rectangle en A :

2- DISTANCE ENTRE 2 POINTS A ET B

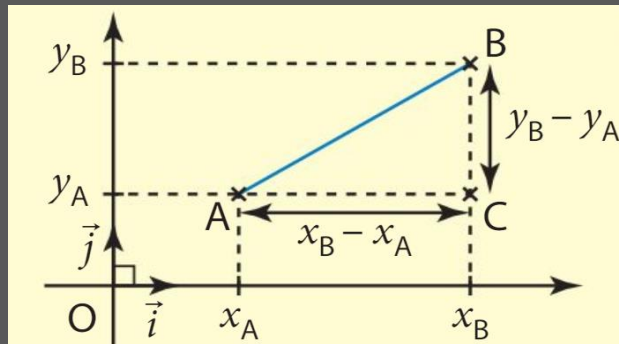
Propriété :

Soit les points A et B de coordonnées :

$$A(x_A; y_A) \quad \text{et} \quad B(x_B; y_B)$$

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont

alors : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

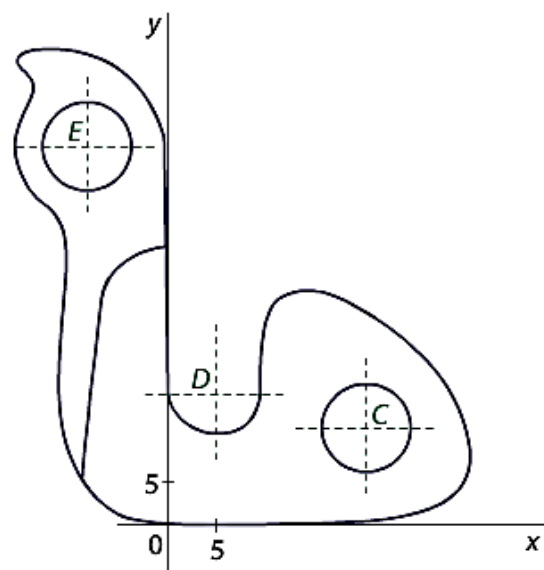


La distance AB est égale à la norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$: $AB = \|\overrightarrow{AB}\|$

On a donc :
$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Exemple :

Une machine à commande numérique fabrique des supports de dérailleurs de vélo, dont le plan est donné sur la figure ci-contre. Les coordonnées des points C et E sont $C(21; 10)$ et $E(-9; 41)$. L'unité est le mm. Calculer la distance CE en mm :



3- DISTANCE D'UN POINT A UNE DROITE

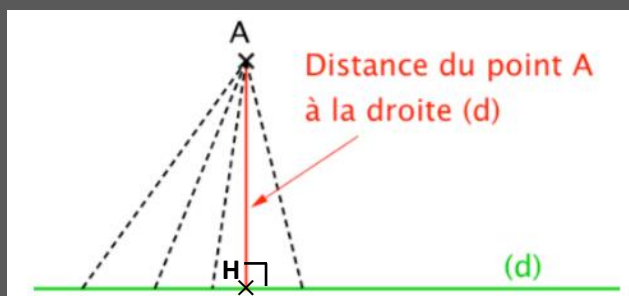
Distance entre un point A et une droite (d) :

La distance entre A et (d) est la plus petite distance entre A et un point de (d) .

Propriété :

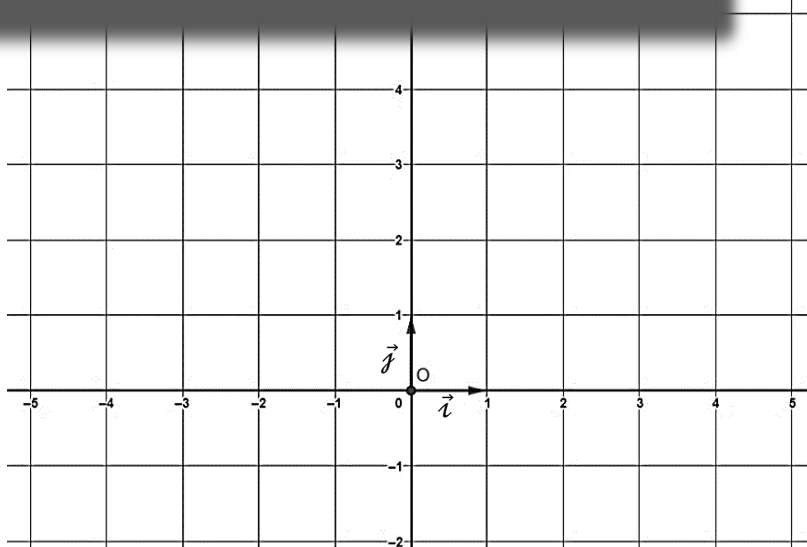
La distance entre A et (d) est la distance AH identifiée sur la figure ci-contre.

Le point H tel que $H \in (d)$ et $(AH) \perp (d)$ est appelé *projeté orthogonal* du point A sur (d) .



5) et

- 1- Placer les points dans le repère ci-contre.
- 2- Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{CB}$.



- 3- Calculer les distances CA et CB .

- 4- Le triangle ABC est rectangle en C . Montrer que l'aire $\mathcal{A}$ de ce triangle est $\mathcal{A} = 24$:

- 5- Montrer que la distance AB est $AB = 10$

- 6- Tracé le projeté orthogonal H du point C sur la droite (AB) .

7- Exprimer l'aire $\mathcal{A}$ du triangle ABC en fonction de la base AB et de la hauteur CH de ce triangle.

8- En déduite la valeur de CH , qui est la distance entre C et la droite (AC) .

4- RELATIONS TRIGONOMETRIQUES DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

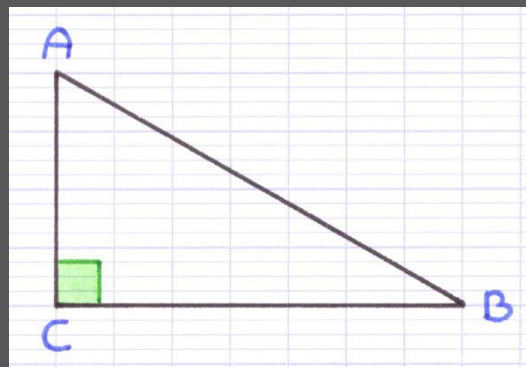
Définitions :

Sur le triangle ABC ci-contre, si l'angle $\widehat{CBA} = \alpha$, on a :

▪ $\cos(\alpha) =$

▪ $\sin(\alpha) =$

▪ $\tan(\alpha) =$



Propriété : Pour tout angle $\alpha \in [0^\circ ; 90^\circ]$, on a

Application : Calcul de la profondeur d'un cratère sur la lune :

