

FILTRE NUMERIQUE D'ORDRE 1

On se propose d'étudier un filtre numérique défini par la relation de récurrence suivante :

$$y_n = x_n + a y_{n-1} \quad a \text{ étant une constante réelle}$$



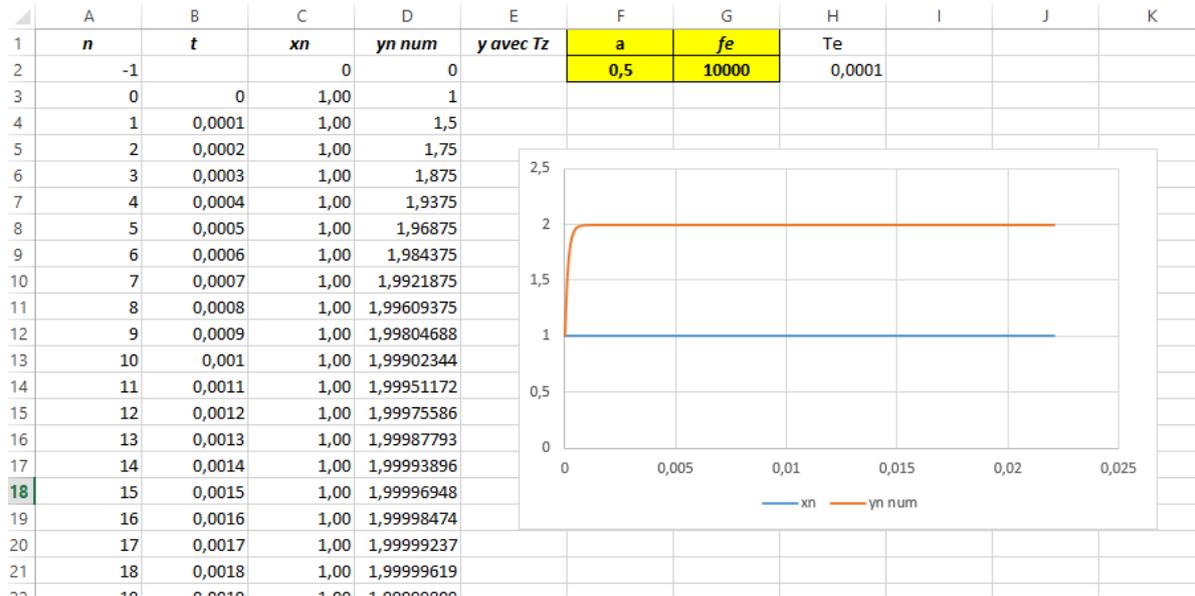
L'objectif de ce Tp est de simuler le fonctionnement de ce filtre sur Excel et d'étudier son éventuel intérêt pour différentes valeurs de la constante a , pour un signal d'entrée

x_n : ECHELON dans la Partie A, IMPULSION dans la Partie B et SINUSOIDAL dans les Parties C et D.

PARTIE A : Sortie y_n pour une entrée x_n échelon

⇒ Sur ordinateur, ouvrir un fichier Excel, créer un onglet nommé *Echelon*

⇒ Compléter le nom des colonnes A, B, C, D, E et entrer en F2 une valeur quelconque (0.5 par exemple) pour la constante a , et en G2 une fréquence d'échantillonnage $f_e = 10000 \text{ Hz}$ par exemple.



⇒ Compléter les colonnes A, B, C pour $n = 200$ termes

⇒ En cellule D3, entrer la relation de récurrence $y_n = x_n + a y_{n-1}$ et dupliquer pour les 200 termes.

⇒ Insérer une courbe nuage de points sur les colonnes B, C et D.

⇒ Observer sur la courbe l'évolution du signal y_n pour les valeurs du réel a données dans le tableau ci-dessous. Compléter ce tableau en traçant l'allure du signal de sortie y_n et en précisant si le filtre est stable.

<p>$a = 0.5$</p> <p style="text-align: center;">Filtre stable</p>	<p>$a = 0.9$</p>	<p>$a = 1.01$</p>	<p>$a = 1.05$</p>
<p>$a = -0.5$</p>	<p>$a = -0.9$</p>	<p>$a = -1.01$</p>	<p>$a = -1.05$</p>

Q1- Quelle condition doit vérifier le réel a pour que y_n converge vers une limite finie (filtre stable) ?

PARTIE B : Sortie y_n pour une entrée x_n **Impulsion**

⇒ Sur le fichier Excel, cliquer sur l'onglet *Echelon* et avec un clic droit le copier. Nommer cet onglet copié : *Impulsion*

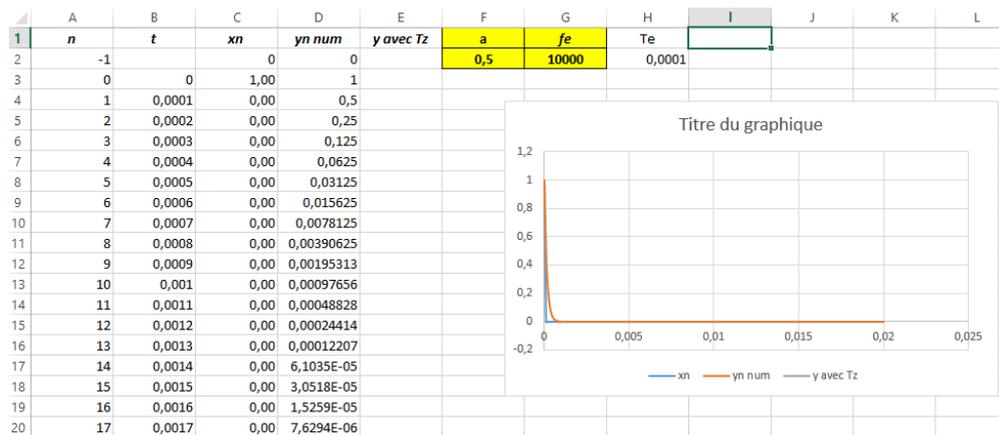
⇒ Effacer les valeurs de la colonne E

⇒ Modifier les valeurs de la colonne C (*entrée impulsion*)

⇒ Observer sur la courbe l'évolution du signal y_n pour les valeurs du réel a données dans le tableau ci-dessous.

Compléter ce tableau en traçant

l'allure du signal de sortie y_n et en précisant si le filtre est stable :



$a = 0.5$	$a = 0.9$	$a = 1.01$	$a = 1.05$
<p>Filtre stable</p>			
$a = -0.5$	$a = -0.9$	$a = -1.01$	$a = -1.05$

Q3- Quelle condition doit vérifier le réel a pour que y_n converge vers une limite finie ? :

PARTIE C : Sortie y_n pour une entrée x_n **sinus**

⇒ Sur le fichier Excel, cliquer sur l'onglet *Impulsion* et avec un clic droit le copier. Nommer cet onglet copié : *Sinus*

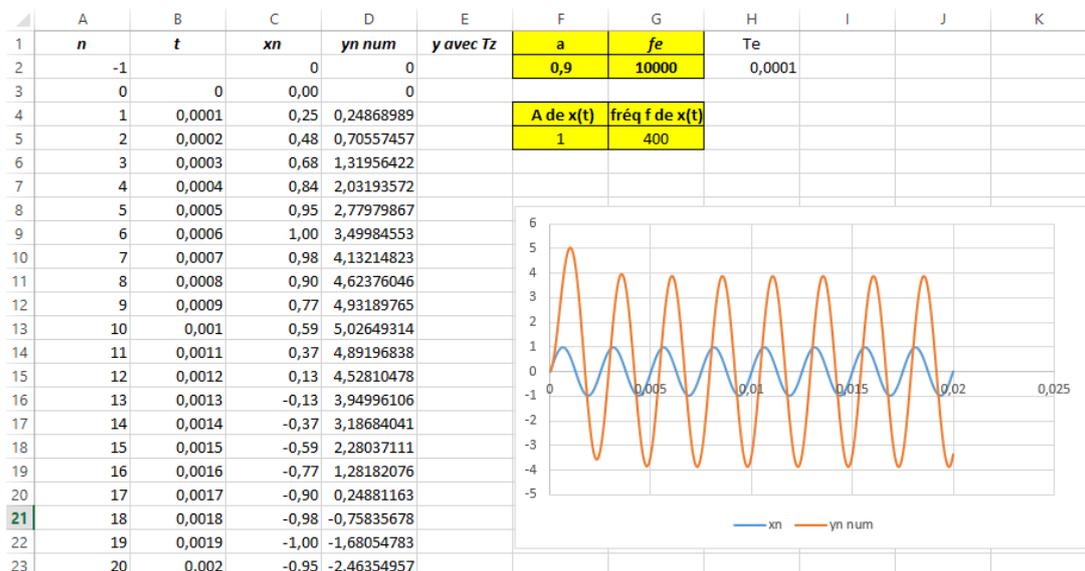
⇒ Effacer les valeurs de la colonne E et supprimer la courbe

⇒ Compléter les cellules F5, G5 permettant de définir l'amplitude A et la fréquence f du signal d'entrée

⇒ Modifier les valeurs de la colonne C :

$$x_n = A \sin\left(\frac{2\pi f}{f_e} n\right)$$

⇒ Insérer une courbe sur les colonnes B, C, D



⇒ Observer sur la courbe l'évolution du signal y_n pour différentes valeurs du réel a et de la fréquence f . On laisse ici la valeur de la fréquence d'échantillonnage à $f_e = 10000 \text{ Hz}$

Q6- Fixer l'amplitude $A = 1$. Donner dans le tableau ci-dessous l'amplitude du signal y_n de sortie pour les différentes valeurs de a et de f indiquées :

	$a = 0.1$	$a = 0.95$	$a = 1.01$	$a = -0.1$	$a = -0.95$	$a = -1.04$
$f = 100 \text{ Hz}$						
$f = 2000 \text{ Hz}$						

PARTIE D : Conclusion sur les performances du filtre en ayant une entrée composée de 2 fonctions sinusoïdales

On suppose que la tension d'entrée est :

$$x_n = A_1 \sin\left(\frac{2\pi f_1}{f_e} n\right) + A_2 \sin\left(\frac{2\pi f_2}{f_e} n\right)$$

avec $f_1 = 100 \text{ Hz}$; $f_2 = 2000 \text{ Hz}$ et $A_1 = A_2 = 1$



On se propose de vérifier ici qu'en sortie de ce filtre le signal est conforme à ce qui a été identifié précédemment.

⇒ Sur ordinateur, cliquer sur l'onglet *Sinus* et avec un clic droit le copier. Nommer cet onglet copié : *2 Sinus*.

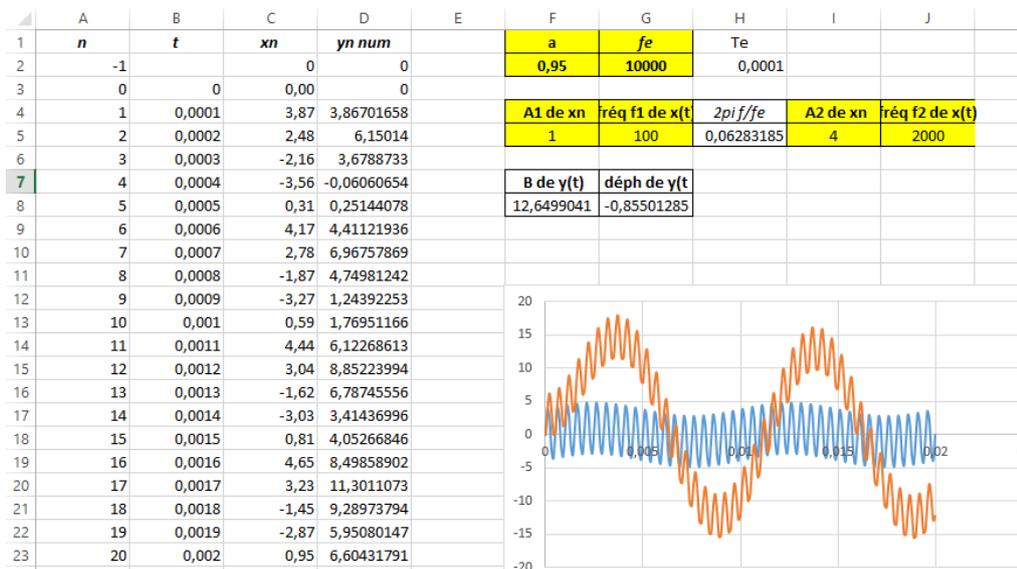
⇒ Pour un souci de simplicité, le signal y_n ne sera que déterminée numériquement. Donc, par un clic droit sur la colonne D, supprimer toute la colonne y avec Tz .

⇒ Par un copié-collé, compléter les cellules de I4 à J5

⇒ Modifier sur la cellule C3 la valeur de

$$x_n = A_1 \sin\left(\frac{2\pi f_1}{f_e} n\right) + A_2 \sin\left(\frac{2\pi f_2}{f_e} n\right)$$

et la dupliquer sur tout la colonne



⇒ Mettre les paramètres : $A_1 = A_2 = 1$ et $f_1 = 100 \text{ Hz}$; $f_2 = 2000 \text{ Hz}$. On s'aperçoit sur la courbe déjà tracée que sur la sortie y_n la composante à 100 Hz a été amplifiée.

Q9- Tracer la courbe pour $f_1 = 100 \text{ Hz}$; $f_2 = 1000 \text{ Hz}$; et $A_1 = 1$; $A_2 = 4$