

EXERCICE 1. : Calcul de dérivées

Déterminer la fonction dérivée des fonctions suivantes sur \mathbb{R} :

a- $f(x) = 4x^2 - 3x + 5$

b- $g(x) = 4 e^x$

c- $h(t) = 3 e^{-2,5t}$ et $h(t) = 3 e^{-t}$

d- $i(t) = 2 \cos (t)$

e- $j(t) = 2 \sin (-2,5 t)$ et $j(t) = 2 \sin (-t)$

EXERCICE 2. : E.D. d'ordre 1 sans second membre

Déterminer les fonctions $y(t)$ solutions des équations différentielles :

a- $2 y' + 5y = 0$

b- $y' + y = 0$

EXERCICE 3. : Injection médicament

A l'instant $t = 0$, on injecte à un malade une substance médicamenteuse qui est ensuite progressivement éliminée. On désigne par $c(t)$ la concentration de la substance en mg/L dans le sang, présente à l'instant t , exprimé en heures. On suppose qu'à chaque instant t , la vitesse d'élimination $c'(t)$ est proportionnelle à la concentration restante dans le sang du malade. Cette hypothèse se traduit mathématiquement par l'équation différentielle (E) : $2 y' + 0.4y = 0$

A l'instant $t = 0$, $c(0) = 80$ mg/L

- 1- Déterminer la fonction $c(t)$ solution de l'équation (E) et qui satisfait à la condition initiale énoncée.
- 2- Tracer la courbe représentative de cette fonction sur l'intervalle $[0, 24]$ heures (1cm = 2 heures – 1cm = 10 mg/L)
- 3- Déterminer la limite $\lim_{t \rightarrow \infty} c(t)$ par lecture graphique. Justifier la valeur trouvée à partir de l'expression de $c(t)$
- 4- Au bout de combien d'heures la concentration de substance est-elle inférieure à 10 % de sa valeur de départ ?

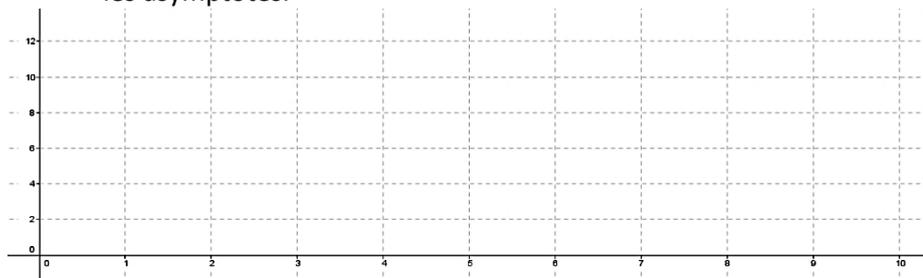
EXERCICE 4. Chute d'une bille dans une éprouvette pleine d'huile

A l'instant $t = 0$, une bille est lâchée sans vitesse initiale, dans une éprouvette de 80 cm de haut, remplie d'huile.

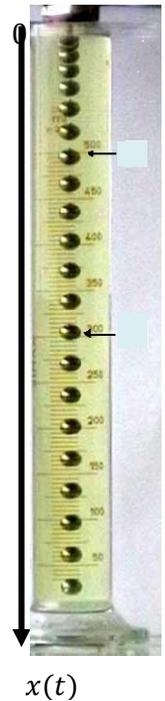
On note $v(t)$ la vitesse instantanée de cette bille en cm/s, au temps t , exprimé en secondes. On admet que la fonction v est définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ et qu'elle est solution de l'équation différentielle (E) : $2v' + 5v = 60$

La bille étant lâchée sans vitesse initiale au temps $t = 0$, on a : $v(0) = 0$

- 1- Déterminer la seule fonction $v(t)$ solution de (E) avec $v(0) = 0$
- 2- Tracer ci-dessous la courbe représentative de la fonction v sur l'intervalle $[0 ; 10]$. Définir les asymptotes.



- 3- Déterminer par résolution d'une équation, à quel instant t , la bille atteint 90 % de sa vitesse limite.



EXERCICE 5. : Soit l'équation différentielle $y' + 2y = -4t$ avec comme condition initiale $y(0) = 0$

- 1- Déterminer en fonction d'une constante K, les fonctions $y_0(t)$ solutions de l'E.D. sans second membre
- 2- Déterminer une solution particulière $y_p(t)$, du type $y_p(t) = At + B$ de l'E.D. avec second membre, A et B étant des constantes réelles à définir.
- 3- En déduire la fonction $f(t) = y_0(t) + y_p(t)$ qui respecte la condition initiale $y(0) = 0$
- 4- Tracer sur Géogébra, la courbe représentative de la fonction f

EXERCICE 6. : Soit l'équation différentielle $y' + 2y = \cos(t)$ avec comme condition initiale $y(0) = 0$

- 1- Déterminer en fonction d'une constante K, les fonctions $y_0(t)$ solutions de l'E.D. sans second membre
- 2- Déterminer une solution particulière $y_p(t)$, du type $y_p(t) = A\cos(t) + B\sin(t)$ de l'E.D. avec second membre, A et B étant des constantes réelles à définir.
- 3- En déduire la fonction $f(t) = y_0(t) + y_p(t)$ qui respecte la condition initiale $y(0) = 0$