

On se propose à travers 3 situations différentes, de déterminer des probabilités par SIMULATION avec un tableur (Excel). L'objectif de ce travail est d'introduire le chapitre sur les **Lois de Densité**.

1 – SITUATION 1 :

On tire au hasard un nombre réel X dans l'intervalle $[0 ; 1]$. Quelle est la probabilité $p(0 < X < 0,2)$ que X soit compris entre 0 et 0,2 ? Quelle est la probabilité $p(0,2 < X < 0,21)$ que X soit compris entre 0,2 et 0,21 ?

Partie A : Trouver la probabilité $p(0 < X < 0,2)$

⇒ Lancer Excel. Sauvegarder dans *Mes Documents* le fichier sous le nom : *situation1*

⇒ Générer un nombre aléatoire compris entre 0 et 1 : dans la cellule A1, taper :
=ALEA()

En tapant sur la touche F9, un nouveau nombre aléatoire est généré.

⇒ Dupliquer la cellule A1, jusqu'à la ligne A100 afin de générer 100 nombres aléatoires compris entre 0 et 1. En tapant sur la touche F9, 100 nouveaux nombres sont générés.

⇒ Parmi ces 100 nombres, on va compter ceux qui sont compris entre 0 et 0,2. Pour cela, dans la cellule C1, écrire le commentaire **0 < X < 0,2**, et dans la cellule C2, taper : **=NB.SI(A1:A100;"<=0,2")**

⇒ Noter dans le tableau ci-dessous, le résultat de ce comptage pour 5 simulations différentes (touche F9) :

Simulation 1	Simulation 2	Simulation 3	Simulation 4	Simulation 5

Astuces:

Sur une colonne très haute :

- Ctrl ⏪ permet d'aller directement au début de la colonne, sans utiliser l'ascenseur
- Ctrl ⏩ permet d'aller directement à la fin de la colonne.

	A	B	C	D
1	0,65670937		0 < X < 0,2	
2	0,53313492		=NB.SI(A1:A100;"<=0,2")	
3	0,04781172		NB.SI(plage; critère)	
4	0,46050236			
5	0,36574826			
6	0,50239211			
7	0,43652915			
8	0,29407706			

⇒ Si le comptage était fait sur un nombre bien supérieur à 100, quelle serait d'après-vous le pourcentage de nombre compris entre 0 et 0.2 ?

⇒ Modifier le fichier pour réaliser à présent le comptage sur une simulation de 500 nombres et en calculer le pourcentage de ceux compris entre 0 et 0,2. Noter dans le tableau ci-dessous, le résultat de ce comptage pour 5 simulations différentes :

Simulation 1	Simulation 2	Simulation 3	Simulation 4	Simulation 5

A	B	C
0,72339977		0 < X < 0,2
0,4283788	Nombre :	89
0,41229903	Pourcentage :	=C2/5
0,99744734		
0,47704419		
0,3979959		

⇒ Conclure en donnant la réponse à la question suivante : « On tire au hasard un nombre réel X dans l'intervalle $[0 ; 1]$. Quelle est la probabilité $p(0 < X < 0,2)$ que X soit compris entre 0 et 0,2 ? » :

.....

Partie B : Trouver la probabilité $p(0,2 < X < 0,21)$

⇒ Rajouter au fichier précédent une colonne $0,20 < X < 0,21$ avec la fonction :
 $=NB.SI(A1:A500;"<=0,21")-NB.SI(A1:A500;"<=0,20")$

⇒ Noter dans le tableau ci-dessous, le résultat de ce comptage pour 5 simulations différentes :

	A	B	C	D	E	F	G
1	0,70697544		$0 < X < 0,2$	$0,20 < X < 0,21$			
2	0,86880451	Nombre :	89	$=NB.SI(A1:A500;"<0,21")-NB.SI(A1:A500;"<0,20")$			
3	0,8442364	Pourcentage	17,8	$NB.SI(plage; critère)$			
4	0,62733703						
5	0,87255443						
6	0,03821376						
7	0,40331401						
8	0,609585						

Simulation 1	Simulation 2	Simulation 3	Simulation 4	Simulation 5

⇒ Conclure en donnant la réponse à la question suivante : « On tire au hasard un nombre réel X dans l'intervalle $[0 ; 1]$. Quelle est la probabilité $p(0,20 < X < 0,21)$ que X soit compris entre 0,20 et 0,21 ? » :

⇒ Sauvegarder et fermer le fichier *situation1*

2 – SITUATION 2 :

Théo arrive à l'arrêt du tramway sans avoir consulté les horaires. Cet arrêt se situe en début de ligne. A ce moment de la journée, un tramway part toutes les 5 minutes. On note X la variable aléatoire donnant en minutes, le temps d'attente de Théo jusqu'au départ du tramway. Quelle probabilité $p(2 < X < 2,5)$ a Théo d'avoir un temps d'attente compris entre 2 mn et 2,5 mn ?



⇒ Ouvrir le fichier *situation1* précédent et le sauvegarder sous le nom : *situation2*

⇒ Modifier la 1^{ère} colonne pour générer à présent un nombre aléatoire compris entre 0 et 5 : dans la cellule A1, taper : $=5*ALEA()$ et dupliquer jusqu'à A500.

	A	B	C	D	E	F
1	1,50955951		$2 < X < 2,5$			
2	4,18121729	Nombre :	$=NB.SI(A1:A500;"<2,5")-NB.SI(A1:A500;"<2,0")$			
3	2,5722236	Pourcentage	$NB.SI(plage; critère)$			
4	4,16241248					
5	1,52764286					
6	4,10948319					
7	2,80473192					
8	1,98020532					

⇒ Effacer la colonne D et modifier la colonne C pour déterminer le pourcentage de nombre compris entre 2 et 2,5

⇒ Noter dans le tableau ci-dessous, le résultat de ce comptage pour 5 simulations différentes :

Simulation 1	Simulation 2	Simulation 3	Simulation 4	Simulation 5

⇒ Conclure en donnant la réponse à la question suivante : « Quelle probabilité $p(2 < X < 2,5)$ a Théo d'avoir un temps d'attente compris entre 2 mn et 2,5 mn ? » :

On se propose **d'aller plus loin** en déterminant les probabilités suivantes :

$$p(0 < X < 1) ; p(1 < X < 2) ; p(2 < X < 3) ; p(3 < X < 4) \text{ et } p(4 < X < 5)$$

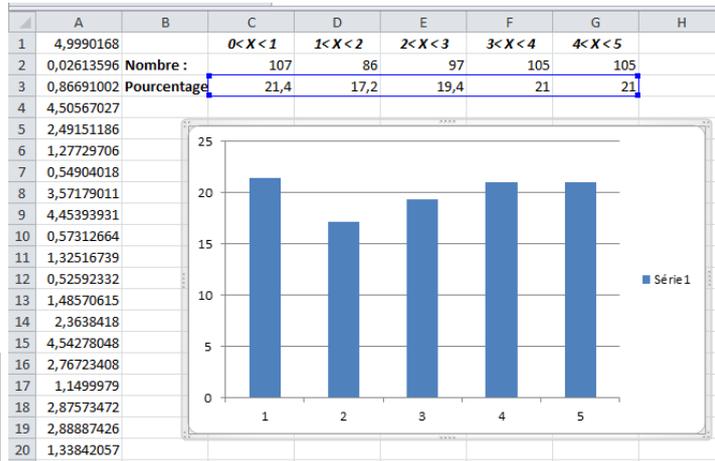
⇒ Modifier le fichier :

	A	B	C	D	E	F	G
1	4,75851384		$0 < X < 1$	$1 < X < 2$	$2 < X < 3$	$3 < X < 4$	$4 < X < 5$
2	4,04506045	Nombre :	87	91	109	113	100
3	0,0416468	Pourcentage	17,4	18,2	21,8	22,6	20
4	2,89275483						
5	3,80336671						
6	2,0656747						
7	0,82213837						

⇒ Sélectionner les 5 cellules de Pourcentage et insérer un Histogramme :

⇒ Relancer la simulation plusieurs fois (F9) et observer les fluctuations des différents pourcentages. Conclure en répondant à la question suivante :

« Quelles sont les probabilités d’attendre entre 0 et 1 mn ; entre 1 et 2 mn ; entre 2 et 3 mn ; entre 3 et 4 mn et entre 4 et 5 mn ? » :



⇒ Sauvegarder et fermer le fichier *situation2*

3 – SITUATION 3 :

Cécile se rend en métro de la station Gorge de Loup jusqu’à la station Cuire : Gorge → Bellecour (ligne D) + Bellecour → Hotel de Ville (ligne A) + Hotel de Ville → Cuire (Ligne C). Elle n’a pas consulté les horaires. A l’arrivée à Gorge de Loup et aux changements à Bellecour et Hotel de ville, elle a un temps d’attente aléatoire uniformément réparti entre 0 et 5 mn. A l’arrivée à Cuire, le temps total de son parcours est égal à T si elle a pris les 3 métros sans aucune attente. Dans le cas où Cécile attend 5 mn au départ et ensuite à chacun des 2 changements, le temps du parcours sera de T + 15 mn. On note X la variable aléatoire donnant en minutes, le temps d’attente cumulé : $0 \leq X \leq 15$. Quelle probabilité $p(2 < X < 2,5)$ a Cécile d’avoir un temps d’attente cumulé compris entre 2 mn et 2,5 mn ?



⇒ Ouvrir le fichier *situation2* précédent et le sauvegarder sous le nom : *situation3*

	A	B	C	D	E	F	G
1	0,61364848	0,2721686	4,70841305		=SOMME(A1:C1)		
2	2,33967186	4,91165801	4,60717606		SOMME(nombre1; [nombre2]; ...)		
3	2,85083125	1,37759001	3,9209868				
4	1,28446946	1,28675049	3,0320534				
5	4,4302102	1,367833	4,7168241				
6	0,18649409	0,42339432	1,9236203				
7	0,21333839	2,53660696	1,29016086				

⇒ Copier la 1^{ère} colonne sur les colonnes B et C.

⇒ Les cellules A1, B1 et C1 simulent chacun des 3 temps d’attente. Calculer dans la cellule E1 la somme de ces 3 temps d’attente (temps d’attente cumulé) : Taper =SOMME(A1 :C1)

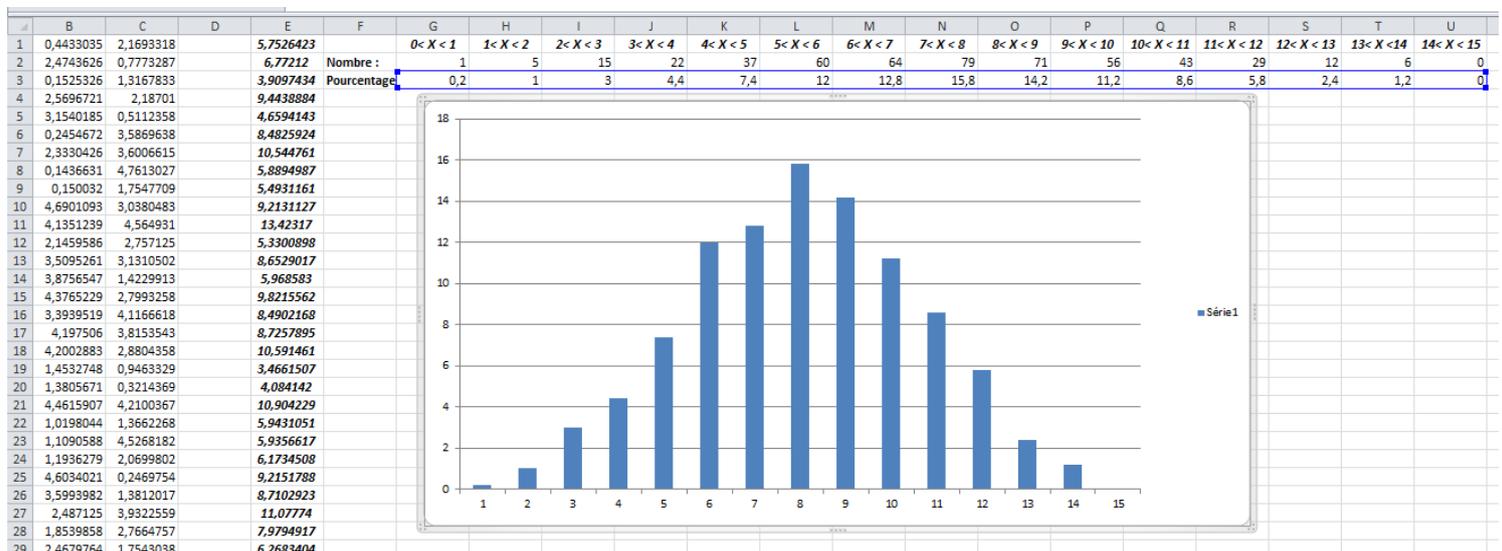
⇒ Dupliquer la cellule E1 jusqu’à E500 afin d’avoir 500 simulations de temps d’attente cumulés (valeur de X)

On se propose de déterminer, un peu comme dans le fichier précédent, les probabilités suivantes : $p(0 < X < 1)$; $p(1 < X < 2)$; $p(2 < X < 3)$; $p(3 < X < 4)$; $p(4 < X < 5)$; $p(5 < X < 6)$; $p(6 < X < 7)$; $p(7 < X < 8)$; $p(8 < X < 9)$; $p(9 < X < 10)$; $p(10 < X < 11)$; $p(11 < X < 12)$; $p(12 < X < 13)$; $p(13 < X < 14)$ et $p(14 < X < 15)$

⇒ Compléter les colonnes de G à U :

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
	0,4433035	2,1693318		5,7526423		0 < X < 1	1 < X < 2	2 < X < 3	3 < X < 4	4 < X < 5	5 < X < 6	6 < X < 7	7 < X < 8	8 < X < 9	9 < X < 10	10 < X < 11	11 < X < 12	12 < X < 13	13 < X < 14	14 < X < 15
	2,4743626	0,7773287		6,77212	Nombre :	1	5	15	22	37	60	64	79	71	56	43	29	12	6	0
	0,1525326	1,3167833		3,9097434	Pourcentage :	0,2	1	3	4,4	7,4	12	12,8	15,8	14,2	11,2	8,6	5,8	2,4	1,2	0
	2,5696721	2,18701		9,4438884																
	3,1540185	0,5112358		4,6594143																
	0,2454672	3,5869638		8,4825924																
	2,3330426	3,6006615		10,544761																
	0,1436631	4,7613027		5,8894987																
	0,150032	1,7547709		5,4931161																
	4,6901093	3,0380483		9,2131127																
	4,1351239	4,564931		13,42317																
	2,1459586	2,757125		5,3300898																

⇒ Sélectionner les 15 cellules de Pourcentage et insérer un Histogramme :



⇒ Imprimer cet histogramme et joindre l'impression à votre document.

⇒ Relancer la simulation plusieurs fois (F9) et observer les fluctuations des différents pourcentages. Peut-on facilement conclure en répondant à la question suivante :

« Quelle probabilité $p(2 < X < 2,5)$ a Cécile d'avoir un temps d'attente cumulé compris entre 2 mn et 2,5 mn ? »

⇒ Enregistrer et fermer le fichier

4 – SITUATION 2 : Bonus

⇒ Ouvrir le fichier *Situation2*, et construire le même histogramme qu'avant avec à présent les probabilités :

$p(0 < X < 0.5)$; $p(0.5 < X < 1)$; $p(1 < X < 1.5)$; ; $p(4.5 < X < 5)$

